

# **Társadalmi rendszerek számítógépes szimulációja**

**Jegyzet kézirat**

**V0.9**

Tartalomjegyzék:

Jelen jegyzet az ELTÉn meghirdetett azonos nevű tárgy írásos előadásjegyzet tervezete.

**A jegyzet még képlékeny formában van, ezért minden észrevételt, hibajavítást, javaslatot, kiegészítést szívesen fogadunk!** A leveleket továbbítsátok legyetek szívesek a [legendi@inf.elte.hu](mailto:legendi@inf.elte.hu) e-mail címre is!

A tárgy honlapja, ahol további információk találhatók a követelményekkel kapcsolatban, valamint letölthető az előadás tematikája, vizsgakérdései, és az előadáson kivetített fóliák (ppt) is:  
<http://hps.elte.hu/~gulya/Teaching/TarsSzim/TarsSzimu2.htm>

A tárgy előadója:

dr. Gulyás László  
[gulya@hps.elte.hu](mailto:gulya@hps.elte.hu)

Kötelező irodalom:

1. Kovács Balázs–Takács Károly: Szimuláció a társadalomtudományokban, Szociológiai Szemle, 2003/3  
<http://www.mtapti.hu/mszt/20033/002.pdf>
2. Vág András: Multiágens modellek a társadalomtudományokban, Statisztikai Szemle, 84. évfolyam, 1. szám  
<http://portal.ksh.hu/pls/portal/url/ITEM/0C5BDB8F4E751995E04400306E4816D2>
3. Gulyás László: Modellek, reprezentációk és összehasonlítások a számítógépes szimulációkban, 2006  
<http://hps.elte.hu/~gulya/Teaching/TarsSzim/ModRepCompInSS.pdf>

Ajánlott irodalom:

1. *Mérő László*: Mindenki másképp egyforma

## Bevezetés

Gyakran felmerülő igény, hogy a fellépő társadalmi jelenségekről - legyenek azok akár gazdasági, politikai, vagy esetleg fejlődéstörténeti jelenségek - szeretnénk többet megtudni. Kereshetjük itt az olyan kérdésekre a válaszokat, mint például: hogyan működnek, miért alakulhattak ki, milyen hatásai lehetnek, miért éppen így működnek, stb.

A szimulációk során ezeket a kérdéseket igyekszünk megválaszolni.

A **társadalmak** alatt nem feltétlenül csak humán társadalmakat értünk: lehet az tetszőleges egyedek csoportja, ha az egyes egyedeknek valamilyen *szabadságfokuk* van a cselekvéseik irányításában. Tipikusan vizsgálni szokták a bolyban élő bogarak viselkedését (hangyák, méhek), mert a cselekvéseik egyszerűsége lehetővé teszi, hogy formálisan pontosan definiálni lehessen őket. Ezeket az egyedeket nevezzük a továbbiakban **ágenseknek**.

A **szimulációk** során mindig egy drasztikusan *leegyszerűsített modellel* dolgozunk (a valóságot próbáljuk modellezni, ám ez többnyire lehetetlen feladat), és minden esetben kikötünk bizonyos *alapfeltételeket*, amelyeket mindig minden körülmény között érvényesnek tekintünk a modellre.

Viszsgálódásunk során sosem azt fogjuk vizsgálni, hogy az egyes egyedek hogyan viselkednek a fellépő jelenségek kapcsán (nem kívánunk jósolni), ám bizonyos esetekben komoly következtetéseket tudunk levonni a társaság egészének jellegét tekintve (*minták*, *patternek* által).

Nézzünk most meg egy egyszerű modellen keresztül a fenti definíciók konkrét jelentését!

## A közlegelők tragédiája

A közlegelők tragédiája egy társadalmi csapda, ami az *önérdek* és a *közjó* konfliktusát mutatja be. A csapdahelyzet a nevét *Garrett Hardin: The Tragedy of the Commons* című cikkéből kapta.

Legyen adott egy falu, ahol 10 gazdálkodó van. A falu mellett van egy legelő, amit közösen használnak. Minden gazdának kezdetben egy tehene van, ezt minden nap kiviszi a legelőre legeltetni. Feltesszük, hogy ez a legelő pont akkora, hogy ezt a tíz tehenet optimálisan képes ellátni, így minden tehén egy nap pontosan 10 liter tejet ad.

[KÉP]

A fenti egyszerű modellben a következő **feltételeket** tesszük:

- 1 a 10 tehén optimálisan el van látva a legelőn, ill.
- 1 a gazdák figyelik, hogy a többiek mit csinálnak, és ezek alapján cselekedhetnek ők is, tanulhatnak, reagálhatnak a többiek cselekvéseire, stb.

A jelen modellben fellépő jelenség a következő: tegyük fel, hogy A gazda egy nap +1 tehenet visz ki magával a legelőre. 11 tehén már nem lesz optimálisan ellátva, így valamivel kevesebb, 9 liter tejet adnak csak fejenként. A gazdának ennek ellenére még mindig megéri minden nap 2 tehénnel menni a legelőre, mert több teje lesz - annak ellenére, hogy minden tehén kevesebb tejet termel, így a csoportnak rossz, amit tett.

Minden egyes gazda akkor jár jobban, ha még egy tehenet hajt a legelőre. Azonban nemsokára már azok is az eredeti 10 liternél kevesebb tejet kapnak, akiknek két tehenük van. Ennek a hozzáállásnak az lesz a vége, hogy egy idő után túlterhelik a legelőt. Végül, amikor már nyolc gazda tart két tehenet, a kéttehenes gazdák csak négy liter tejet kapnak az eredeti tízhez képest. (A kilencedik gazda már nem nyerne semmit egy második tehénnel.) Ennek ellenére, ha egy gazda úgy döntene, hogy visszavonja az egyik tehenét, rosszul járna.

A közlegelő mint erőforrás addig működik optimálisan, amíg minden felhasználó betartja a közös megegyezéssel megállapított szabályokat. Azonban ha egy szabályokat betartó szereplő döntési helyzetbe kerül, akkor számára bármely időpontban nyereségesebb a "dezertálás", mint a szabályok betartása -- miközben a szabályokat betartó többi szereplő számára egyénenként csak mérsékelten (esetenént alig érzékelhetően) romlik a helyzet. Végso soron a szereplők azáltal, hogy a közvetlen érdekeiknek megfelelően cselekednek, saját maguknak ártanak.

A közlegelő csapdahelyzet legismertebb gyakorlati példája a környezetvédelem illetve környezetszennyezés.

## A Schelling-féle szegregációs modell

Sokan Schellinget tekintik az ágens-alapú szimuláció fogalmának megteremtőjének, egy 1978-ban publikált cikke alapján. Schelling a mai napig aktív amerikai kutató(?), 2005-ben Nobel-díjat kapott a társadalmi jelenségek játékelméleti elemzése kapcsán elért eredményeiért.

A következő modellt még nem számítógépen, hanem egy sakktáblán tanulmányozta, és rendkívül érdekes megállapításokat tett. A modell a társadalmakban fellépő szegregációt, azaz a társadalmi elkülönülést hivatott magyarázni.

### A modell:

Legyen adott egy diszkrét tér, a 8x8-as tábla. Reprezentáljon ez egy városkát, ahol az egyes pozíciók lakásokat jelentenek. Van a városban  $m$  család, akik az egyes lakásokba költözhetnek. Feltételezzük, hogy egy család lehet *piros* vagy *kék*, valamint azt, hogy egy lakásban egyszerre csak egy család költözhet be. Legyenek ezek a feltételek *a térre vonatkozó feltételeink*.

Helyezzük el kezdetben az  $m$  ágensünket a térben véletlenszerűen. Nyilván ekkor lesznek piros, kék és üres színű mezőink.

[KÉP]

*Az ágensokról tegyük fel*, hogy nem jönnek újabbak, valamint azt, hogy képesek figyelni a környezetüket.

Minden ágenshez rendeljük hozzá ugyanazt a tolerancia értéket, legyen ez 60%.

Azt mondjuk, hogy egy ágens jól érzi magát egy pozíción, ha a következő  $t$  érték:

$$t := (\text{más színű szomszédok száma}) / (\text{összes szomszéd száma})$$

az adott toleranciaszint alatt van. Vegyük észre, ez egy elég erős toleranciaszint: ha egy ágensnek kicsivel több másfajta szomszédja is van, mint amilyen ő maga (kisebbségben van), még

akkor is jól érzi magát az adott pozíción.

Ha egy ágens nem érzi jól magát, akkor odébbköltözik egy véletlenszerű helyre a közelben. A véletlen új pozíció választása jó, hiszen ha így le tudunk vonni valamilyen következtetéseket, akkor azok elég stabilnak mondhatók, az egyes specializált szituációkra is érvényesek lehetnek.

Az ágensok cselekvései hatnak a többi ágens cselekvésére, hiszen ha odébbvonulnak egy pozícióról, azzal közvetlenül befolyásolják a szomszédjaik aktuális toleranciaszintjét - ezáltal azok boldogtalanná/boldoggá válhatnak.

Hogy ne kelljen a  $t$  függvény definícióját bonyolítani (pl. Mi legyen a tábla szélén élő egyedekkel?), túrikus rácsot feltételezünk a továbbiakban.

### **A párhuzamoság kérdése:**

Fontos kérdés még a szimulációval kapcsolatban, hogy hogyan végezzük el azokat a cselekvéseket, amelyeket a valóságban párhuzamosnak teszünk fel? Erre két módszer is lehetséges:

1. Adott *fix sorrendben* cselekszenek az ágensok.  
Ezzel a megoldással az lehet a probléma, hogy egyes ágensok kivételezett helyzetbe kerülhetnek, ha mindig ők az első/utolsó („megsejthetnek” valamit a modell alakulásából)
2. Feltétlen *pártatlan ütemezés* mellett

Utóbbi esetben két módszer használatos a szimulációk során:

1. *Szekvenciális aktiválási mód*  
Ebben az esetben minden lépésben véletlenszerűen rábökünk valakire, aki még nem cselekedett, és ő lesz a következő cselekvő.
1. *Kvázipárhuzamos aktiválás*  
Dupla-buffereléssel minden ágensre kiszámoljuk, mit érzékeltek, leszedjük őket a tábláról, majd véletlenszerűen visszahelyezzük őket a térbe.

Mint látható, mindkét módszernél szükséges valamiféle *sorrendiség felállítása* - ha nem a cselekvés, akkor a visszahelyezés által.

Jelen modellünkénél is fontos eldönteni, hogy melyik módszert használjuk, hiszen az első módszerrel az, aki lép, befolyásolja a többiek abban a körben végrehajtott cselekvését, míg a második módszerben ez nem teljesül.

A módszerek felett nem lehet egyértelműen ítélni: vannak modellek, amik ezek tulajdonságaira építenek, azonban a Schelling-féle modell viselkedése nem függ a választástól.

### **A szimuláció folyamata:**

A szimuláció során kiderül, hogy többször megfigyelve a folyamatot *mindig egy stabil állápothoz jutunk*. Az elsőt kezdeti állápotból az első lépésben még elég nagy nyüzsgés van, ám a mozgások száma folyamatosan esik, míg végül beáll 0-ra.

[KÉPEK - az 1-5 körök]

### **A modell kiértékelése:**

A szimulációk lényege, hogy egy valós jelenséget drasztikusan leegyszerűsítve modellezünk, és aztán az eredmények alapján valami következtetéseket vonjunk le. A kiértékelés lépése tehát még hátra van.

Mi következik a fenti esetben a megfigyeléseinkből?

Természetesen rengeteg kritika érheti a modellt: Miért egyformák a házak? Mi az, hogy az ember véletlenszerűen költözködik? Ráadásul ki az, aki naponta/hetente költözésre buzdítja az egész családját? Van olyan ember, aki megnézi a szomszédait, és ha nem szimpatikusak neki, akkor fogja a sátorfáját, és elköltözik?

Ezek mind-mind jogos kérdések, és mondhatjuk, hogy ebben a megvilágításban a modell semmit sem ér. *Azonban mégis van értelme, hiszen rámutat valamire: nem garancia egy társadalomban, hogy a magas toleranciaszint nem vezet szegregációhoz.* Erre ad a modell maga egy egzisztenciabizonyítékot, hiszen a szigorú feltételek mellett is kialakulnak mintázatok a modellben - ezen kívül semmi konkrétumot nem jósol.

A modell tulajdonságait, feltételeit variálva elemezhetjük a szimulációt: megnézhetjük, hogy min múlik a folyamat, a toleranciaszint értékét állítva mit tudunk mondani a kialakuló mintákról, mi történik, ha a négyzetrács helyett hatszögeket, nyolcszögeket vizsgálunk, átállíthatjuk az üres helyek számát, stb.

## A modell

Az eddigiekben a szimulációk bemutatásán voltunk. Láttuk, hogy például a *közlekedők tragédiájában* az egyéni érdekek konfliktusa lépett fel a globális érdekekkel szemben - ha mindenki az önértékét követte, az globális szinten károsan befolyásolta a populáció tulajdonságait. A fellépő jelenségeket próbáltuk magyarázni, hogy az igen leegyszerűsített feltételekből milyen eredményekre tudunk következtetni.

Komplex társadalom-szimulációkról is lehet már némi elképzelésünk. Ezek nagy számú komplex egyed bonyolult interakcióiról szólnak. Általánosan két szintet különböztetünk meg ezekben, a cselekvők (*mikro*) és a világ (*makro*) szintjeit.

Nézzük meg most kicsit közelebbről a modell fogalmát!

A szimulációkkal kapcsolatban felmerült legtöbb kritika – amelyek megkérdőjelezzik a számítógépes szimulációt, mint tudományos eszköz érvényességét a társadalomtudományokban – azzal kapcsolatban lép fel, hogy túlságosan is leegyszerűsíti a cselekvőket.

Minden esetben, amikor egy modellt állítunk fel, az szükségszerűen egyszerűbb a világnál – elég csak a fizikai folyamatok magyarázatára felállított modellrendszerekre gondolnunk. Közel sem vagyunk birtokában a jelenségek pontos magyarázatához szükséges tudásnak, viszont megfelelő egyszerűsítésekkel le tudunk írni bizonyos folyamatokat, például a magfizika esetén.

[Ez-egy-pipa-kép]

Mi látható a fenti képen? Természetesen mindenki rögtön egy pipára gondol. De miért?

A fent egy pipa egy lehetséges modellje. A modell lényegesen egyszerűbb, mint az eredeti változata: két dimenzióban van csak kiterjedése, nem tudja az ember kézbevenni, szétszedni, ráadásul teljesen diszfunkcionális az eredeti felhasználhatóságát tekintve. Azonban mégis pipának tartjuk, mert az egyszerűsítés során megtartott bizonyos szempontok szerinti tulajdonságokat. Hogy mi alapján kerültek kiválasztásra azok a tulajdonságok? Ez attól függ, mire akarom használni az adott modellt: van, amit az egyik modellből könnyebben észre lehet venni, értelmezni lehet, mint egy másikban. Példaként itt szerepel ugyan annak a fájlnak két ábrázolása – az egyik a bináris formátum, ahogyan azt a számítógép ábrázolja, a másik pedig egy ezt a speciális formátumot kezelni tudó szoftver képe.

[Garfieldes kép1]

[Garfieldes kép2]

A modellezés során tehát mindig valami részletre koncentrálnunk; egy olyan részletre, ami valamilyen szempont szerint fontos lehet a vizsgálódásunk során. A tudományos gondolkodás pedig mindig egyfajta módszeres egyszerűsítéssel jár – gyakorlatilag megjelenik a **redukcionizmus** és **holizmus** közötti ellentét.

A *redukcionizmus* az „*oszd meg és uralkodj*” elv alapján operál: darabokból próbál az egész felé haladni. Sokat támadják de a legtöbb esetben ez a módszer az alap – számítógépek esetén pedig egyenesen kézenfekvő, hiszen a programok megadásának módszere is az, hogy az ember utasításokból felépíti magát a programot, a számítógép csak ezek alapján képes működni.

A *holizmus* ennek a tagadása. Azt vallja, hogy az egész valószínűleg több, mint a részek puszta



összessége; például nem valószínű, hogy az ember atomok, elektronok összességéből felépíthető lenne. Alátámasztására például a Schelling-féle model alkalmas: a populációban mindenki azonos módon, toleránsan viselkedett, mégis, magára az egyedek összességére nem volt igaz a tulajdonság.

Visszatérve a modell magyarázatához, megjegyeznénk a statisztikus fizika és a társadalomtudományok kapcsolatát: nem vagyunk olyan egyszerűek, mint a molekulák, viszont a molekulák is sokkalta bonyolultabbak, mint ahogy azt a termodinamika mondja. Egész egyszerűen mindkét esetben modellekkel dolgozunk – mégpedig olyan modellekkel, amikkel kényelmesen dolgozhatunk.

## A reprezentáció lehetséges szintjei

A vizsgálódások során hamar kiderül, hogy mindig mindenre rengeteg lehetséges modell van, és ugyan azt a rendszert sok szinten is vizsgálhatjuk. Melyiket válasszuk hát? A kérdésre egy egyszerű válasz van: attól függ, hogy mire akarjuk használni – a *célvezéreltség* dominál tehát a döntésünkben. Van azonban néhány ajánlás, ami iránt nem árt figyelemmel lennünk.

## Okkám borotvája

Szó szerint az elv a következőképpen szól:



*„Új létezőket csak végszükség esetén pasztuláljunk”*

Az elv arról szól, hogy ne tegyünk olyan feltételeket, amelyek nem is hatnak a modellre (hagyjuk a felesleges hókusz-pókuszokat). Ha van két állítás, akkor azt kell jobbnak tekinteni, amelyik kevesebb dolgot tesz fel – azaz amelyik egyszerűbb.

## KISS principle – Keep It Simple, Stupid!

Az elv magától *Einstein*-től származik, ez is az egyszerűséget hangsúlyozza:

*„Keep it as simple as possible, but no simpler!”*

Fontos azonban megjegyezni, hogy az egyszerűség azonban magában nem érdem, nem biztos, hogy megéri! Ezek az elvek teljesen szubjektívek, fontos az egyensúly megtalálása.

## A modellezés

A hétköznapi életben is folyton „modellezünk”, ezt önkéntelenül tesszük, egyszerűsítünk a hasznosság miatt. Minden egyes alkalommal rögzítjük a modell kereteit: a modell paramétereit, szabályait, illetve a hozzá tartozó keret-, és peremfeltételeket.

## A szimuláció

A szimuláció nem más, mint a modell következményeinek meghatározása. Ezt persze sokszor nehéz megmondani, hiszen elég kevés esetben tudunk a szó szoros értelmében „megoldani egy modellt”, azaz nem mindig tudjuk egyértelműen levonni a következtetéseket. Sajnos mivel ezt többnyire nem tudjuk megcsinálni, ezért egy konkrét értékre kiszámoljuk, mi történne a modellben, és valami iteratív módszerrel próbálunk eredményre jutni.

A szimulációk elvégzésére rengeteg módszerünk van – számítógépes szimulációk, Markov-folyamatok, ágens-alapú szimulációk, sejtautomaták, vagy akár el is játszhatjuk  $\mathcal{J}$

A választásunk elvileg teljesen lényegtelen, hiszen a Church-Turing tézis alapján ugyan azt tutják (mindegyik módszerről belátták annak Turing-teljességét) – azonban már hangsúlyoztuk, van, amit az egyik módszerből sokkal egyszerűbben észre lehet venni, mint a másiktól. Csak az ábrázolás lényeges tehát, az egyik könnyebben befogadható lehet, mint a másik.

A valóság azonban egy kicsit más. Ahhoz, hogy az egyik módszerrel leírjunk egy modellt, sokszor kompromisszumokat szül a kényelmesség okán – ezek a kényelmességek viszont átmehetnek kényelmetlenségekbe, illetve megsérthetik a kompatibilitás, átjárhatóságot is az egyes módszerek között.

## A szimulációk hasznossága

Eddig arról beszéltünk, miért akarunk szimulációkkal foglalkozni, most viszont nézzük meg, mitől lesz egy szimuláció értékelhető.

- Egyfelől *jósol* valamit, azaz ha ugyan azokat a következtetéseket mondja, mint amit az életben produkál.
- Másfelől *fonamenológiai a szimuláció*. Ez nem jósol, csak jellegét tekintve modellez egy adott jelenséget. Jó példa erre a Wright-fivérek repülőmodellje: ők abból indultak ki, hogy van tárgy, ami a levegőben marad, a szárnycsapkodás viszont nem éppen volt jellemző találmányukra.
- A harmadik fontos tulajdonság a *magyarázat* – akkor érdekes egy modell, ha következtetéseket tudunk levonni belőle. Erre jó példa a Schelling-féle modell.

Ne felejtsük el azonban, hogy a modellépítés során folyamatosan egyszerűsítettünk, így biztosan kizártunk eseteket, amikre nem működik a szimuláció. Minél több egyszerűsítést hagyunk el, annál inkább közelítjük a valóságos állapotot, de valahol mindenképp egy határt kell húznunk – „*A Duna önmaga legjobb modellje*”.

A modell és a szimuláció hasznosságát tehát mindig egy verifikáció és egy validáció dönti el, azaz, hogy jól csináljuk a szimulációt és jó eredményt is ad. Ezekből az utóbbi meglehetősen ingoványos terület, mindig valami összehasonlításon alapszik. Erre több módszerünk is van:

- [legendi1]?: ez a legkézenfekvőbb teszt – várunk száz évet, és megnézzük, bevállt-e a szimuláció jóslata  $\mathcal{J}$
- *Visszetekintő illesztés*  
Megnézzük, hogy 100 évvel ezelőtti paraméterekkel indítva a szimulációt mit mond a mai állípotokról
- *Fenomenológiai szimuláció*  
Itt megelégszünk azzal, ha olyan érzést nyújt a szimuláció, mint amit vártunk/előre

rögzítettünk. Természetesen nem biztos, hogy ha le tudunk szállni egy repülőgép-szimulátorral, akkor le fogunk tudni szállni egy valódi repülőgéppel is...

- *Gondolat kísérletek*

A szimuláció eredményeit előzetesen létező elmélethez lehet kötni. Ilyen például a Schelling-féle modell vagy az Axelrod-féle kooperáció evolúciós modell (egzisztencia-bizonyítékok).

[TÁBLÁZATOK]

## A számítógépes szimuláció szintjei

- A kutató kognitív modellje
- Specifikáció
- A programozó kognitív modellje (többnyire nem a kutató készíti ...)
- Implementáció
- Eredmények, cikk
- Értelmezések

Ezeket a fenti szinteket megfelelő standard modellező eszközökkel össze lehet mosni, így nem feltétlen keletkeznek problémák a szintek átlépésével.

## Formalizmusok

### ***A társadalomtudományok alapvető formalizmusai***

A formalizmusok következő felsorolása egyfajta időrendi, kialakulási sorrendet is jelöl, azonban ezeket mind a mai napig használják, ne higgyük, hogy kihaltak.

**Lexikális ismeretek**, szöveg alapú „spekulatív” elméletek.

Időrendben ez a legrégebbi formalizmus, mind a mai napig igen fontos szerepet játszik a társadalomtudományokban, filozófiában. Elméleti tanulmányok, könyvek tartoznak ebbe a kategóriába.

Az érvelések központi szerepe jellemzi, igen terjedelmesek, alkalom van minden gondolat aprólékos kidolgozására, alátámasztására, habár a kommunikáció egyirányú. Egyik legjobb példa *Karl Marx: A tőke* c. műve, amely több ezer oldalon fejt ki elméletet.

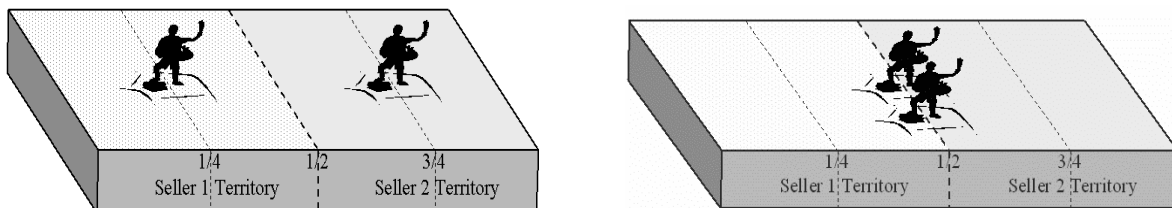
A formalizmus „iteratív jellegű”: a lefektetett gondolatok megtárgyalása egy hasonlóan terjedelmes irományban lehetséges. A dolog természeténél fogva meglehetősen lassú folyamat, mind a gondolatok befogadását, mind az azokra való reflektálást tekintve.

AZ<sup>[legendi2]</sup> egységes formalizmus 'rangját', tömörségét az **egységes nyelv** határozza meg. Miért van szükség egy egységes nyelv kialakítására? A válasz egyszerű: hogy egyértelműen rögzíteni tudjuk, milyen körülmények között végeztünk kísérleteket, hogy azok reprodukálhatóak legyenek, a hitelességükről más is meg tudjon győződni.

A XX. sz. folyamán minden társadalomtudományt igyekeztek formalizálni (például a játékelméletet), persze több különböző módszerrel. Voltak *axiomatikus* próbálkozások, ez az út azonban nem bizonyult járhatónak. Egy másik meghatározó módszer a matematikai modellek felállításán alapul, ezt a módszert választották például a közgazdaságtan formalizálására. A hátrányuk az, hogy minden esetben valami feltételezésen alapulnak (pl. a közgazdaságtan esetén alapfeltevés, hogy az ember racionálisan viselkedik), amik nem feltétlen alapigazságok.

### Hotelling játékelméleti modellje (1929)

Ez egy rendkívül egyszerű modell, amely az azonos területre termelő cégek egy modellje.



Adott egy rögzített hosszúságú tengerpart, ahol két fagyaltárus dolgozik. Minden strandoló a hozzá legközelebb lévő áruhoz megy vásárolni, és kezdetben az árusok az 1. ábrán látható kép szerint

helyezkednek el (a strandolók véletlenszerűen szóródnak szét).

A kezdeti állapot egy optimális állapotnak is tekinthető, hiszen minden strandoló viszonylag hamar fagylalthoz tud jutni. Azonban nem stabil, mert ha valamelyik árus elmegy egy kicsit a középvonaltól irányába, akkor azon kívül, hogy az eredeti vásárlóit a szélről megtartja, már ő lesz közelebb a középvonaltól elhelyezkedő strandolókhöz, így azok is őt fogják választani. Emiatt a másik árus is rákényszerül a közeledésre, hiszen ha nem teszi, akkor vásárlókat veszít. Ezeknek a folyamán kialakul egy stabil állapot (ld. 2. ábra), ahol sajnos a strand szélén elhelyezkedőknek a kezdeti távolság kétszeresét is meg kell tenniük, ha fagylaltozni óhajtanak.

## Fogolydilemma

A fogolydilemma egy kétszereplős játék, aminek a kerettörténete a következő (jelen számok lényegtelenek, csak azok nagyságrendi aránya a fontos):

Elfognak két rablót, és épp a kihallgatásuk folyik. A rabok között nincs kommunikáció, nem ismerik egymás döntéseit. A kihallgatók szeretnék minél több évet a foglyok nyakába varrni, míg a foglyok persze minél kevesebbet szeretnék.

Ha sikerül mindkét foglyot rávenni, hogy valljanak egymás ellen, akkor 3-3 évet szabhatnak ki. Ha az egyik kooperál (C), a másik defektál (D), akkor a valló szabadon elmehet, míg a társa 5 éves büntetést kap. Ha egyikük sem vall a másik ellen, akkor mondvacsinált indokokkal 1-1 év büntetéssel megússzák a dolgot. Az alábbi táblázat ezt szemléletesen tartalmazza:

	C	D
C	3,3	0,5
D	5,0	1,1

A dolog azért érdekes, mert egy racionális cselekvő mindig a defektálna – így járnak mind a ketten a legjobban, összesen csak 2 év büntetést kapnak.

Azonban nézzük meg, mit is tennénk egy ilyen helyzetben. Ha tudjuk, hogy a partnerünk együttműködő, akkor érdemesebb defektálnunk, mert ekkor jobban járunk: 3 év helyett szabadon elmehetünk, bár igaz, hogy a partner ekkor 5 évet kap! Ha tudjuk, hogy partnerünk nem árul be minket, nekünk akkor is érdemes beárulnunk, hiszen ekkor is szabadon elmehetünk, míg ha mi is defektáltunk volna, akkor egy évet bizony a nyakunkba varrtak volna. Összehasonlítva a kapható eredményeket, érdemesebb mindig beárulnunk a másikat.

A kommunikáció kizárása nem alapfeltétel, hiszen ha lenne, akkor még mindig nagy a kísértés, hogy csaljunk...

## Iterált fogolydilemma

Van egy érdekes kiterjesztése a modellnek: tegyük fel, hogy ismerjük a legutóbbi N forduló kimenetelét, azaz tudjuk, hogy a partnerünk a megfelelő helyzetekben hogy döntött.

A valóságban rengeteg politikai helyzetre alkalmazni lehet a modellt, sokszor ez jelenti a kulcsot.

Axelrod XXXX<sup>[legendi3]</sup>-ben kiírt egy versenyt, hogy milyen stratégia lehet a helyzetben a legoptimálisabb. Meglepő módon egy meglehetősen egyszerű stratégia lett a legsikeresebb, ami csak a legutóbbi eredménnyel foglalkozott. A szemet szemért elv alapján ha a partnere defektált az előző körben, akkor ő is, ill. ha a partner kooperált, akkor ő is. A nevét is (Tit-for-Tat) innen kapta.

A stratégiának van nice és agresszív változata, att függően, hogy az első körben mit tesz.

A siker oka az lehetett, hogy megvan benne a *bosszúállás* (nem naív, nem lehet sokáig kihasználni) és a *megbocsátás képessége* is (tud kedves is lenni, bármi történt is eddig).

Az ajánlott olvasmányok közül [Mérő1] könyvében részletesebben megtalálható a modell leírása.

Az említett versenyt még egyszer megrendezték, ahol mindenki már mindenki ismerte, így készülhetett a TFT ellen. Ennek ellenére a változtatás nélkül beadott TFT ugyan úgy a legsikeresebb stratégiának bizonyult.

## Az El Faral bár problémája

Ez a modell egy *kisebbségi problémára* épül (minority problem): az jár jobban, aki kisebbségben van. Tőzsdei folyamatok modellezésére használható például (olcsón eladni, drágán venni).

A Santa Fé intézet tudósai péntekenkénti programját kell figyelemmel követnünk: a kérdés az, hogy menjenek-e le a közeli bárba, vagy maradjanak-e otthon. A bárban csak úgy érzik jól magukat a kutatók, ha nincs túlszűfoaltság (kevesebb, mint a kutatók 60%-a jött el). Aki otthon maradt, az akkor döntött jól/érzi jól magát, ha a bárba túl sokan mentek el, különben sajnálja, hogy kimaradt az összejövetelből. A döntést természetesen egyszerre kell meghozni.

A döntés meghozatalát igazán az nehezíti, hogy egy fix algoritmus nem segít, nincs rá univerzális megoldás. Nincs igazi jótanács, mert ha mindenkinek ugyan azt a jótanácsot mondjuk, akkor ők lesznek többségben – mindenképp véletlenül kell.

## Összefoglalás

A **szöveg alapú formalizmussal** kapcsolatban megfogalmazható problémák könnyen érthetőek: lassú a vita, bonyolult, nehéz benne kísérletezni. A világ nem mindig fekete és fehér, nincs mindenre egzakt válaszuk: ezeknek a problémáknak a leírása komoly akadályokba ütközhet.

A **formális módszerekkel** kapcsolatban felmerülnek a nem elvégezhető kísérletek (pl. az életben egyszer előforduló események, választások) és a bonyolultság problémái (nem tudjuk megoldani, mert nem bizonyítható, nem tudjuk bizonyítani, vagy – mint az esetek többségében – nem érne annyit a dolog, mint amennyi erőfeszítésbe kerülne).

A statisztika mindenek feletti kezelése kijelöl egy szűk keresztmetszetet, hogy milyen következményekre számíthatunk a dolgokból – a feltételeken persze lehet vitatkozni.

A bonyolultsági problémák csak nőnek, ha perturbáljuk a modell paramétereit, pl. változtatjuk a szereplők számát (az iterált fogolydilemma 3 szereplővel már meglehetősen nehéz feladat), a szereplők globális tudását lecsökkentjük valami kommunikációs topológia szerint, dinamikusan változnak a szereplők, stb.

Egy alapvető szempont lenne, hogy nem csak az egyensúlyi pontokat szeretnénk látni, hanem hogy bizonyos pillanatokban épp merre jár a rendszer (*trajektória*).

A fenti problémákra a **számítógépes modellezés**<sup>[legendi4]</sup> megoldást jelenthet. A bonyolultsági kérdéseket a számítógépes számítási kapacitás részben áthidalja, az ágens-alapú megközelítés egyszerű lehetőségeket ad ezeknek a leírására, a folyamat pedig generatív (úgy magyarázunk egy jelenséget, hogy legeneráljuk).

Bizonyos tekintetben a fenti formalizmusok *ekvivalensek*, azonban amint azt ilusztráltuk, van, amit az egyikben egyszerűbben meg lehet látni, mint a másikban.



## Rendszerdinamikai modellezés

Az egyik legrégebbi formalizmus a szimulációk terén. Az alapvetése, hogy próbáljunk a modell egészére koncentrálni, ne ragadjunk le a részleteknél.

A módszer során a következőkből indulunk ki:

- Az időt folytonosnak feltételezzük
- A változók is mind folytonosak
- Aggregált értékek
- Visszacsatolások (a változók egymásra hatása)

A módszer, ami rendelkezésünkre áll a modell „megoldásához”, a differenciálegyenletek elmélete. A felhasználni kívánt módszer meglehetősen komplex, mint látni fogjuk, emiatt meglehetősen bonyolulttá válhat a modellek vizsgálata – még a legegyszerűbb esetekben is. A módszer használata magas szintű matematikai ismereteket feltételez.

## Lotka-Volterra populációdinamikai modellje

A következő eredményeket *Alfred J. Lotka* és *Vito Volterra* is publikálták, egymástól függetlenül az 1925-ös és 1926-os években. Gyakorlatilag egy elsőrendű, nemlineáris differenciál-egyenlet párról van szó, amit „predator and prey”<sup>[legend5]</sup> egyenlőségként is emlegetnek.

A segítségükkel dinamikus biológiai rendszerek is leírhatók, ahol két faj rivalizál, ahol az egyik a vadász, a másik a préda szerepét tölti be (pl. parazita-gazda kapcsolatok, populációk változása, kereslet-kínálat).

Az egyenletek a következők:

$$\frac{dx}{dt} = x(\alpha - \beta y)$$

$$\frac{dy}{dt} = -y(\gamma - \delta x)$$

Ahol:

- **x** a prédák száma
- **y** a ragadozók száma
- a **dx/dt** és **dy/dt** számok jelentik az egyes populációk változásának mértékét az idő folyamán
- **t** reprezentálja az időt
- az **α**, **β**, **γ** és **δ** konstans számok a két faj kölcsönhatását jellemző *paraméterek*

### Feltételek:

Mi a következő reprezentációban tárgyaljuk az egyenleteket: vizsgálunk egy farkas és nyúlpopulációt, ahol a populációk méretének időbeli alakulását szeretnénk követni. A nyulak folyamatosan szaporodnak, a farkasok pedig a nyulakon táplálkozva maradhatnak fenn.

Definiálnunk kell a populációkra ható pozitív és negatív hatásokat.

A nyulak egy fix rátával szaporodnak ( $\alpha$ ), míg a farkasok szaporulatának száma a rendelkezésre álló táplálék arányában, ill. a saját szaporodási rátájuk szerint alakul ( $\beta$ ).

Egy időegység alatt tehát  $\alpha \cdot x$  új nyúl születik, és ezzel egyidőben  $\beta \cdot x \cdot y$  új farkas.

Negatívan hat a nyúlpopuláció számára a farkaspopuláció (minél több farkas van, annál több nyulat esznek meg), a farkasokra pedig az, ha nincs elég táplálék (ekkor éhenhalnak).

A nyúlpopuláció változása tehát a következőképpen alakul:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy$$

Egyéb tényezőket most nem vizsgálunk a modell kapcsán. Nyulak esetén nincs végelgyengülés (az öreg nyulakat megeszik), a nyulak nem esznek, stb.

A farkaspopuláció változása pedig így írható fel:

$$\frac{dy}{dt} = \delta xy - \gamma y$$

A farkasok esetében a  $\delta xy$  jelenti a populáció növekedését. Hasonló a ragadozók számának növekedéséhez, de egy másik konstanst használunk, hiszen nem biztos, hogy a rendelkezésre álló táplálékkal egyenesen arányosan változik a farkaspopuláció mérete.

A  $\gamma$  paraméter jelenti a végelgyengülésben kimúlt farkasok számát

### Hová vezet a modell?

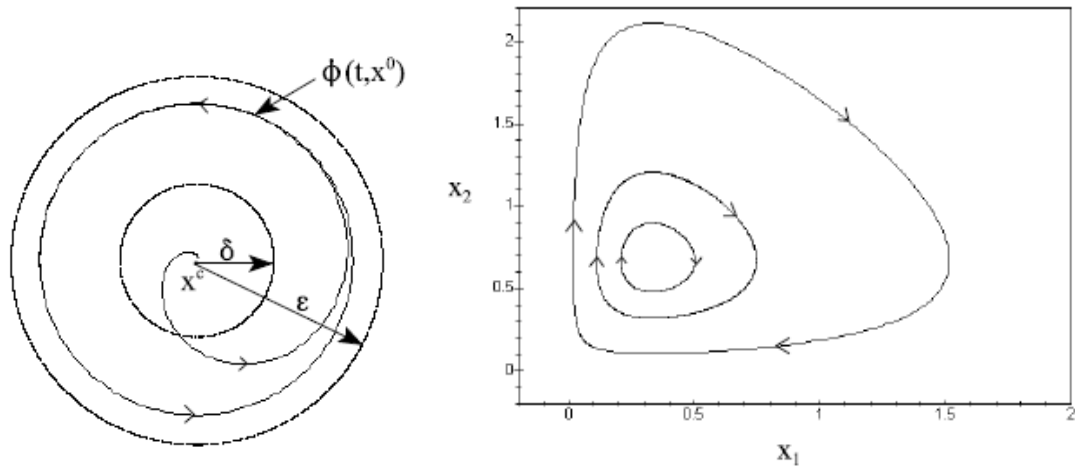
Két módszerrel is vizsgálhatjuk a modellt: **szimulációval** vagy **analitikus módszerekkel**.

### Analitikus megoldás:

Egy kétváltozós, csatolt differenciálrendszert kell megoldanunk. Az analízisből ismert módszerek segítségével az következő eredményekre jutunk:

Két egyensúlyi pont is fellelhető a rendszerben:

- Az  $\{x = 0, y = 0\}$  pontban  
Ez egy nem stabil helyzet: ha kicsit is arrébb vagyunk tőle, akkor a függvény drasztikusan távolodik ettől a ponttól. Nyeregpontnak számít, nehéz a csúcsot megtalálni, ha a közelbe kerülnénk valahogy, akkor is távolodni fog a függvény. Például, ha a farkasok már kihaltak, de a van még 0.0001 nyúl, akkor azok drasztikusan elkezdnek szaporodni.
- Az  $\{x = \alpha/\beta, y = \gamma/\delta\}$  pontban  
Ebben a helyzetben egy stabil populációszámot érhetünk, ahol a két faj populációszáma e pont körül oszcillál.



Minden más pontbn a rendszer csak átmenetileg tartózkodik.

Az analitikus megoldás teljes részletességében megtalálható a [2] tanulmányban<sup>[legendi6]</sup>.

## Kritikák

A felállított modellel kapcsolatban rengeteg kritikai megjegyzés fogalmazódhat meg az Olvasóban. Például az erős egyszerűsítésekkel kapcsolatban: a változók folytonos kezelése (0.0001 nyúl?), a vadászat menetéről semmit sem mond (mitől lesz sikeres a nyúl vagy a farkas), túlságosan homogenizált a populáció (mindenki egyforma – nincsenek taktikák, lehetőségek). A reprezentáció tere pedig a parciális differenciálegyenletek világába visz bennünket.

## Sejtautómaták

A sejtautómaták a második olyan formalizmus, amivel megismerkedünk. Elméletét Neumann János fektette le még az 1940-es években, és azóta hatalmas karriert futott be, amihez nagyban hozzájárult John Horton Conway életjátéka a 80-as évek elején. Neumann még az önreprodukáló gépek elméletével foglalkozott, azóta viszont az autómataelmélet megmutatta, hogy ezek a kis gépek *Turing-teljesek*.

A sejtautómatáknak rengeteg felhasználási területük alakult ki, kezdve a fizikától (egy általános számítási modellt adott, amivel az univerzum eseményeit lehetett modellezni), mesterséges intelligencián át („edge of chaos, artificial life” – élet szerű jelenségeket lehetett velük szimulálni), a pszichológiáig, matematikáig, informatikáig. Stephen Wolfram (a Mathematica nevű matematikai programcsomag alapjainak lefektetője) egyenesen odáig ment, hogy egy új tudományos diszciplínának nevezte, és egy igen terjedelmes könyvet írt a témáról.

A **sejtautómata** nem más, mint egy véges dimenziós rács, ahol minden egyes cellának véges állapotai lehetnek. Minden cellára relatívan értelmezünk egy *környezetet*, ami később nem változik. Ebbe a környezetbe eső többi cella állapota határozza meg lokális átmeneti szabályok alapján az adott cella állapótát a következőkben.

Nézzük meg egy példán keresztül ezeket a fogalmakat!

### **Game of Life**

A tér legyen most egy kétdimenziós szabályos négyzetrács. A példában a négyzetrács mezőit celláknak, sejteknek nevezzük. Egy cella környezete a hozzá legközelebb eső 8 mező, tehát a cellához képest „átlósan” elhelyezkedő cellákat is figyelembe vesszük. Feltesszük hogy a négyzetrácsnak nincs széle, túrikus, azaz a bal szélső sejtnek a jobb szélső sejt lesz a szomszédja. Egy sejt/cella szomszédai a környezetében lévő sejtek. A játék körökre osztott, a kezdő állapotban tetszőleges számú cellába véletlenszerűen sejteket helyezünk. Ezt követően indul a „játék”.

Egy sejttel egy körben a következő három dolog történhet:

A sejt túléli a kört, ha két vagy három szomszédja van.

A sejt elpusztul, ha kettőnél kevesebb (elszigetelődés), vagy háromnál több (túlnépesedés) szomszédja van.

Új sejt születik minden olyan cellában, melynek környezetében pontosan három sejt található.

Ezt nevezik „23/3”-as szabálynak is.

Fontos, hogy a változások csak a kör végén következnek be, tehát az „elhalálozók” nem akadályozzák a születést és a túlélést (legalábbis az adott körben), és a születések nem mentik meg az „elhalálozókat”.

[KÉPSOROZAT: game of life ...]

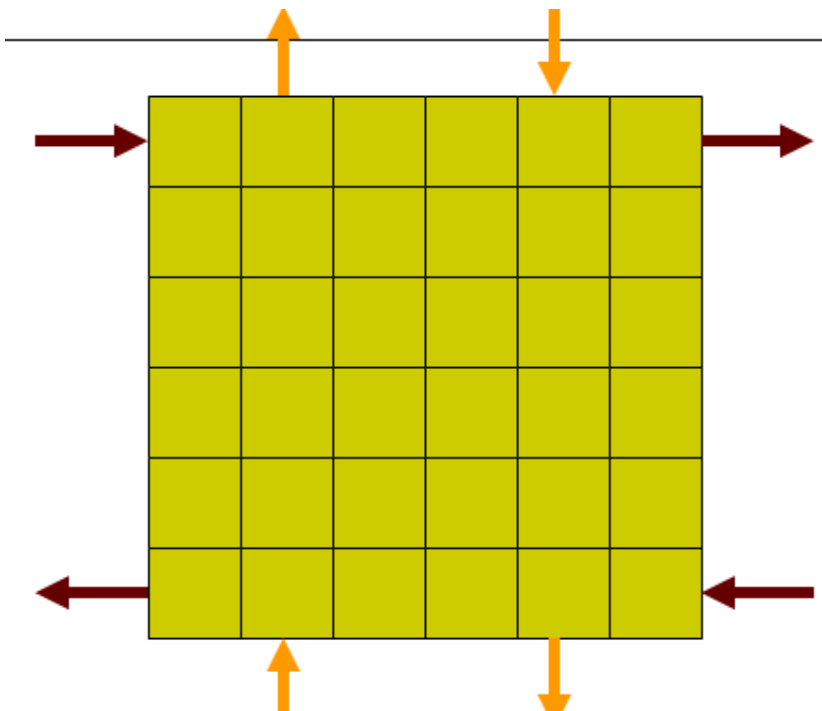
Vannak jellegzetes, érdekes tulajdonsággal rendelkező alakzatok, például az önreprodukáló, periodikus, sikló, úrhajó alakzatok.

[KÉPEK: egy-egy példa]

A modellel rengeteget lehet kísérletezni, például érdekes eredményeket kaphatunk, ha a négyzetrács nem szabályos szerkezetű, a szabályok arányainak megváltoztatása is drasztikusan befolyásolhatja a kimenetet, az állapotok száma, az átmenetek típusa ugyan ilyen eredményekhez vezet.

### **Tulajdonságok**

Mint már említettük, egy átjárható (túrikus) teret tételezünk fel. Ezt elsősorban azért tesszük mert nem akarunk kivételezni egyik sejtrel sem – az összes szélső sejtre külön szabályt kellene bevezetni.



Természetesen magasabb dimenzióra is kiterjeszthető az átjárhatóság fogalma (tóruszok).

### **Szomszédsági relációk:**

A szomszédsági viszonyokat több módon is értelmezhetjük. A legegyszerűbb változat csak a 4 közvetlen szomszédot veszi alapul (Neumann 1). Ennek egy kiterjesztett változata minden közvetlen szomszédot, és az ő 4 szomszédait is alapul veszi (Neumann 2). A Moore-féle szomszédsági reláció átlós szomszédságot is ismer, azaz egy cella mind a 8 szomszédja hatással van a cellára. Ennek is van egy kiterjesztett változata, ami két távolságon belül egy cella mind a 24 szomszédját alapul veszi.

Az irreguláris/szabálytalan topológiák megbolygathatják ezeket a relációkat

### **Kezdőfeltételek:**

Az *állapotok*, *szabályok* és a *topológia* már meghatározza a rendszert, de ez sajnos mégsem elég. A *kezdőfeltételek* ugyancsak nagyon fontosak lehetnek (pl. életjáték „üres táblán”)

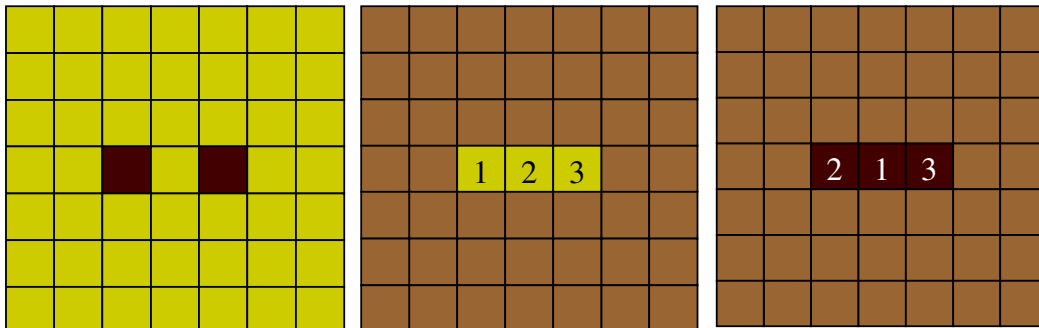
### **Homogenitás, heterogenitás:**

A klasszikus sejtautomata-kutatások tipikusan homogén rendszerekkel foglalkoznak, mert minden (véges-állapotú) heterogén rendszer leírható egy bonyolultabb homogén rendszerrel. Ezek alapján

mi csak homogén rendszerekkel foglalkozunk. Esetünkben drasztikusan homogén rendszerekkel foglalkozunk, mert minden sejt ugyanúgy viselkedik.

### Dupla bufferelés:

Már az életjáték során is kiderült, hogy nagyon sokat számít az egyes átmeneti szabályok kiértékelésének sorrendje. Tekintsük a következő kisebb példát:



Az a furcsa helyzet áll elő, hogy a kiértékelések fentt számozott sorrendjében más-más végeredményhez jutunk: az első esetben mindkét sejt kihal, míg a második esetben egy új sejt ékelődik be kettejük közé, és ezzel mindhárman életben fognak maradni.

A dupla bufferelés lényege, hogy a sorrend tetszőleges, viszont nem az aktuális táblán, hanem az előző tábla egy bufferelt változatán számolunk, majd a legvégén felülírjuk a buffert az új kialakult állapottal.

### Elemi sejtautómáták

Az elemi sejtautómáták egy dimenziós térre szorított sejtautómáták, ahol minden sejtnak két szomszédja van, a közvetlen szomszédai. Egyszerűségéhez képest rengeteg érdekes tulajdonsággal rendelkezik.

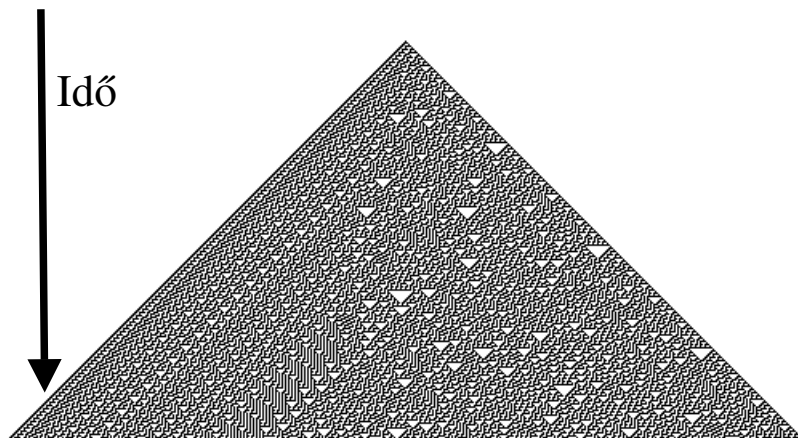
Topológiáját tekintve amennyire tudjuk, széthúzzuk. A kezdeti konfiguráció megadható egy pontból vagy véletleníthető is.

Wolfram sokat tanulmányozta ezeket is, például a Mathematica is egész számok véletlen generálásához is egy ún. 30-as szabály középső oszlopát alkalmazza. 88 lényegesen különböző osztályt különböztet meg, ezek besorolhatók a következő kategóriák egyikébe: egyszerű (stabil végállapot alapján), periódikus, véletlen, illetve „egyéb”.

Szemléltetni legszebben úgy lehet őket, ha az egyes állapotokat az idő múlásával egymás alá rajzoljuk.

[KÉPEK: a Wolfram-féle példatáblázatok]

A híres 30-as szabály:

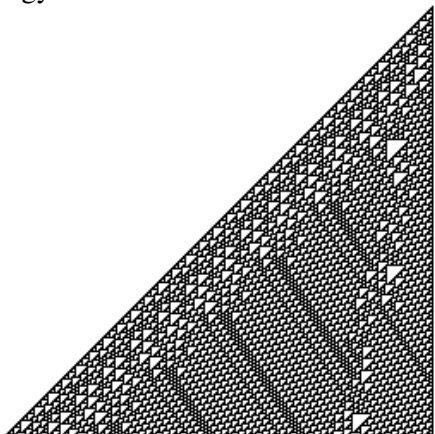


A 30-as szabály különlegessége, hogy bizonyos mintákra ismétlődő eredményeket ad. Az elnevezést a szabályok felírásából kapta. Egy táblázatba foglalva a lehetséges rákövetkező állapotokat, az eredményt bináris számrendszerben átszámítva 30-at kapunk:

Minta	111	110	101	100	011	010	001	000
Köv. Állapot	0	0	0	1	1	1	1	0

$$2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 30$$

Egy másik híres minta a 110-es szabály:



Az elemi sejtautómatákat felfedezhetjük a biológiában is, a következő kép például egy csigaházat ábrázol, amelynek pigmentjei pont ezekkel modellezhetők:



## Ágens-alapú modellezési formula

Az egyik legifjabb formalizmus, története alig 10-15 évre nyúlik vissza. A módszer kiválóan használható társadalmi, társas rendszerek szimulálásának leírására.

Az eddigi formalizmusok után, ahol már az időt, teret diszkretizálták, most az egyénekre fektetjük a hangsúlyt. Magát a döntéshozatalt igyekszünk modellezni, leegyszerűsítve ezek lesznek az ágenseink. Itt is alulról felfelé építkezünk, a mikro szintű szabályokból szeretnénk következtetni a makró szintű jelenségekre.

Több fajtája létezik a módszernek, az ágens-alapú modellezést (ABM) társadalomtudományokban, egyén-alapú modellezést (IBM) a biológiában, etológiában szokás emlegetni.

## Az ABM tulajdonságai

A modellezés során a következő dolgokat kell szem előtt tartanunk:

- n Alulról felfelé építkezik
  - o Lokális információ  
Ahhoz, hogy elkerüljük a „mindentudó” ágenseket, az információt valamilyen módszerrel le kell szűkíteni egy lokális tartományra. Például leszűkíthetjük az ágensek érzékelési távolságát a világban, ahogyan azt a sejtautomaták esetében tettük a környezetek meghatározásával.
  - o A racionalitás kognitív korlátai  
Racionális ágenseket feltételezve mindig a maximumra törekednek, igyekeznek azt az állapotot elérni, ahol nekik a legjobb. A maximum meghatározása azonban több problémába is ütközhet: egyfelől semmi sem biztosítja, hogy létezik egyáltalán elérhető maximum, illetve a meghatározása is komoly számításokat igényelhet.
  - o Tanulási képességek  
Figyelembe kell venni azt az esetet is, amikor az ágensek a múltbeli tapasztalataik alapján döntenek egy helyzetben. Akkor jó egy tanulási folyamat, ha ugyan arra a helyzetre legközelebb jobban tud reagálni a szereplő, azaz profitál az eddigi tudásából.
- n Heterogén populációk



A populációk összetétele is meglehetősen fontos szerepet játszik a modell viselkedésére. Érdeemes megvizsgálni, hogy *különböző tulajdonságú egyedekkel* miben és mennyiben változik a szimuláció menete.

- n Dinamikus populációk  
A változó populáció is komoly befolyásoló tényezője a szimulációknak: ilyenkor bizonyos feltételek szerint új egyedek kerülhetnek a futás során a modellbe, illetve eddigiek kerülhetnek ki.
- n Az interakciós topológia explicit modellezése  
Ha lokális információkról beszélünk, akkor érdemes elgondolkozni azon, hogy hogyan terjed az információ – azaz hogyan kerülhet az egyik ágens által megszerzett ismeret egy másik szereplőhöz. Dinamikus topológiákról beszélünk, hiszen a modell szerkezete dinamikusan sokat változhat (például felcserélődhetnek a szomszédok egy sejtautomata esetén).
- n Emergens Aktorok  
Komoly kérdés az emergens aktorok szerepe a szimulációkban. Az emergencia jelen esetben annyit takar, hogy a szimuláció szereplői hozhatnak-e be új szereplőket a modellbe (pl. egy szimuláció során egy ágens céget alapít, de az alapított cég is alapíthat-e egy másik céget?).
- n Trajektóriák (idő-dinamika) tanulmányozása

Fontos leszögeznünk, hogy amennyiben nem tudunk felállítani egy explicit modellt a **kognitív képességeknek** és az **információs topológiának**, akkor nem tudunk modellt készíteni az adott jelenségre!

## Példa: egy városfejlődési modell

A következő modell Paul Krugman, egy ma is tevékeny közgazdász egy modellje alapján készült.

Az alapkérdés, amire a választ keressük az ABM segítségével, az az, hogy egyes országokat vizsgálva minek volt köszönhető a városok kialakulása, mi indokolhatja a földrajzi elhelyezkedésüket, méretüket?



Jelenleg két módszerrel szokták magyarázni ezt a jelenséget: az egyik a földrajzi adottságok alapján gondolkozik (az ember kevésbé szeret sziklás, sivatagos környezetben élni mint víz mellett), míg a másik elmélet a „központi helyek” szerepével operál (a történelem során kialakult kereskedelmi utak központjai).

Amit most keresünk, az az, hogy tudunk-e ezek nélkül a módszerek nélkül valami magyarázatot adni. Vizsgáljuk meg, hogy mik a lehetséges mechanizmusok a jelenségek mögött (modellezési alapállás)!

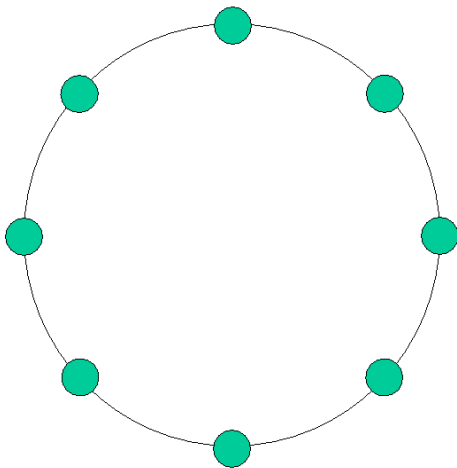
Krugman modellje alapján felállítunk egy generatív modellt. A generatív modellek lényege, hogy belülről, az események folyamata vezet a végeredményhez. A hangsúly most az önszerveződésen van, nem a környezeti feltételeken.

Az alapgondolatunk az, hogy felállítunk bizonyos **pozitív** és **negatív externáliákat**: az ágensek cselekedetei kihatnak a környezetükre, és azok a többiek számára jó vagy rossz hatással vannak.

A fogalom a valóságtól cseppet sem elrugaszkodó (gondoljunk a bevásárlóközpontokra, ahol több száz cég koncentrálódik!), bár egy erősen leegyszerűsített változattal dolgozunk. Tipikusan előkerülnek ezek a fogalmak a környezetszennyezéssel kapcsolatos modellezési problémák során.

Ezek után építsük fel a konkrét modellt!

A terünk legyen egy egy dimenziós, túrikus világ, amelyen L pozíció található.



Jelentse  $\lambda(i)$  az  $i$ . pozíción lévő populáció méretét ( $\forall i \in [1..L]$ ).  
Az értékeket normálva vizsgáljuk:  $\sum \lambda(i) = 1$ .

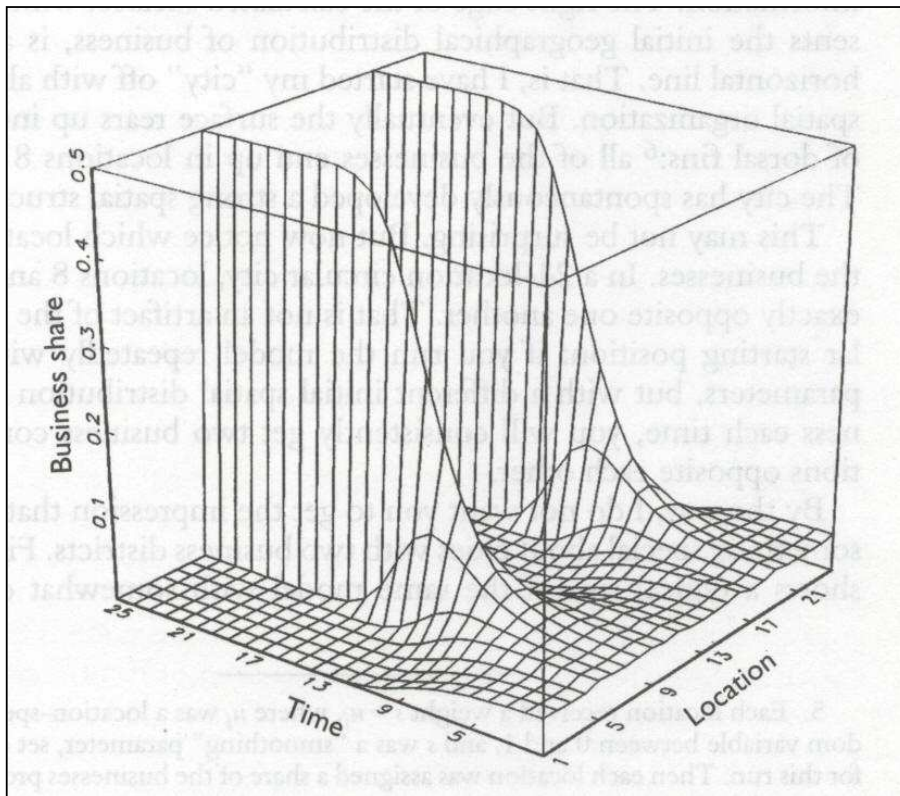
Azok a pozíciók, ahol „város” alakul ki, ott nyilván  $\lambda(i) > 0$  értéket vesz fel.  
 $\lambda^*$  jelölje az átlagos városméretet.

A populáció kezdeti elhelyezkedéséről nem kívánunk feltevéseket tenni, legyen véletlenszerű!

$$\lambda(i) = u(i) + k / \sum_i (u(i) + k)$$

$u(i) \in U[0,1]$  :  $k$  pedig egy simító paraméter.

Már ennek az eredeti Krugman-féle modellnek az eredményét vizsgálva is egyértelműen azonosítható struktúrák alakulnak ki:



Kezdjük el építeni a saját ágens-alapú modellünket! Ahogy azt felvázoltuk, alulról fogunk felfelé építkezni.

Legyen adott  $N$  db ágensünk, jelöljük az őket tartalmazó halmazt  $A$ -val, így  $a \in A$  az ágenseket jelenti majd.

Minden ágensnek adott a pozíciója, hogy hol helyezkedik el a terünkben:

$p(a,t) \in [1,L]$  – Az  $a$  ágens pozíciója a  $t$  időpillanatban.

Minden időpillanatban vizsgáljuk az egyes pozíciók populációjának nagyságát, jelöljül ezt most  $\lambda'$ -vel. Ismét normált értékekkel dolgozunk:

$$\lambda'(i,t) = (\sum_{p(a,t)=i} 1) / N$$

Ahol teljesül a  $\lambda'(i,t) > 0$  feltétel, ott „városról” beszélhetünk.

$\lambda^*$  jelölje ismét az átlagos városméretet.

Kezdetben a populáció ismét legyen véletlen: válasszuk meg az egyenletes eloszlás szerint az egyes pozíciók populációjának méretét:

$$p(a,0) = U[1,L]$$

Az alapokat lefektettük, most döntsük el, mi lesz a rendszer dinamikája. Két kérdést kell megválaszolnunk, hogy kik fognak mozogni, és hová.

A költözés kapcsán azt választjuk, hogy ha egy terület lakottságának mérete az átlagos alatt van, akkor onnan elmennek az ágensek.

Oda mennek, ahol a környezetükben az átlag feletti populáció van jelen. Ha több ilyen hely is van, akkor válasszunk véletlenszerűen.

A véletlen választásokat azért választjuk, mert nem szeretnénk, ha a választások befolyásolnák a modell viselkedését – nem akarunk állást foglalni, hogy milyen mechanizmussal működik a jelenség („an old Hungarian trick”).

Ezek alapján a pozíció függvényünk a következőképpen alakul  $t$  változásával:

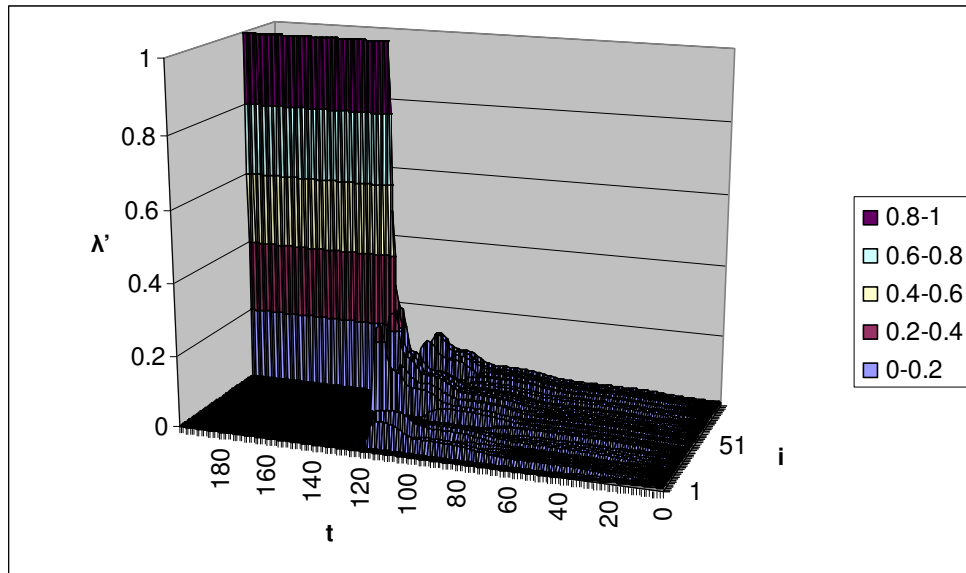
$p(a, t+1) :=$

- $p(a, t)$  , ha  $p(a, t) \in L^+$  azaz helyben maradunk, ha jó helyen vagyunk
- $p(a, t)$  , ha  $\neg p(a, t) \in L^+$  azaz akkor is ott maradunk, ha nincs jobb hely  
 $\gamma[\lambda^* - \lambda'(p(a, t), t)]$   
valószínűséggel
- $RND\{i \in L^+\}$  egyébként különben elmegyünk egy jobb helyre

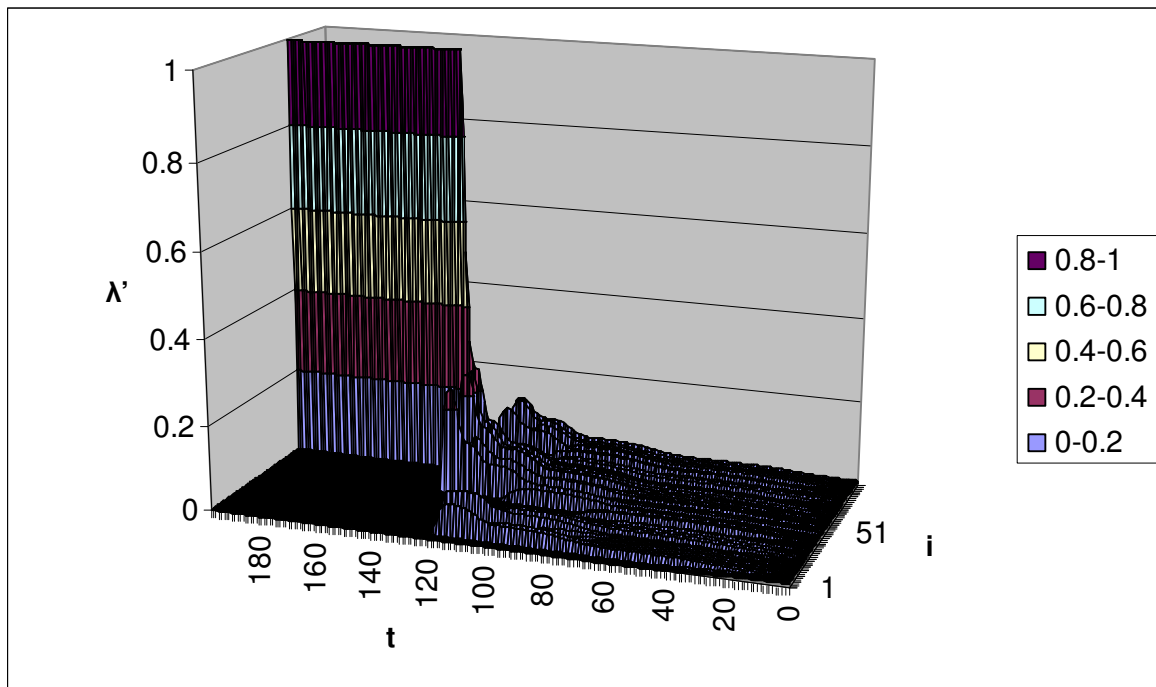
$\text{ahol } L^+ := \{ i \in [1, L] \mid \lambda'(p(a, t), t) > \lambda^* \}$

A szimulációt futtatva, kicsit alakítgatva rajta rájöhethetünk, hogy teljesen más végeredményt kapunk, ha 100 vagy 10 000 ágenssel indítjuk a szimulációt:

$L=100$ ,  $N=100$  esetén:



$L=100$ ,  $N=10\,000$  esetén:



Egy új paraméteret találtunk tehát a modellnek, ami komolyan befolyásolhatja a végeredményt: a szereplők számát.

### Lokális információ:

Eddig globális információáramlást feltételeztünk, azaz minden ágens tökéletes információk birtokában volt, „belátták” az egész teret. Vezessünk most be egy korlátozást, hogy ne a teljes térben, hanem csak a saját környezetében keressen relatív sűrűségeket!

Vezessünk hát be minden ágensünkre egy új függvényt, ami megmondja, hogy milyen távolságban lát el:

$$v(a) \in [1, L/2] - \text{Az } a \text{ ágens (rögzített) „látótávolsága”}.$$

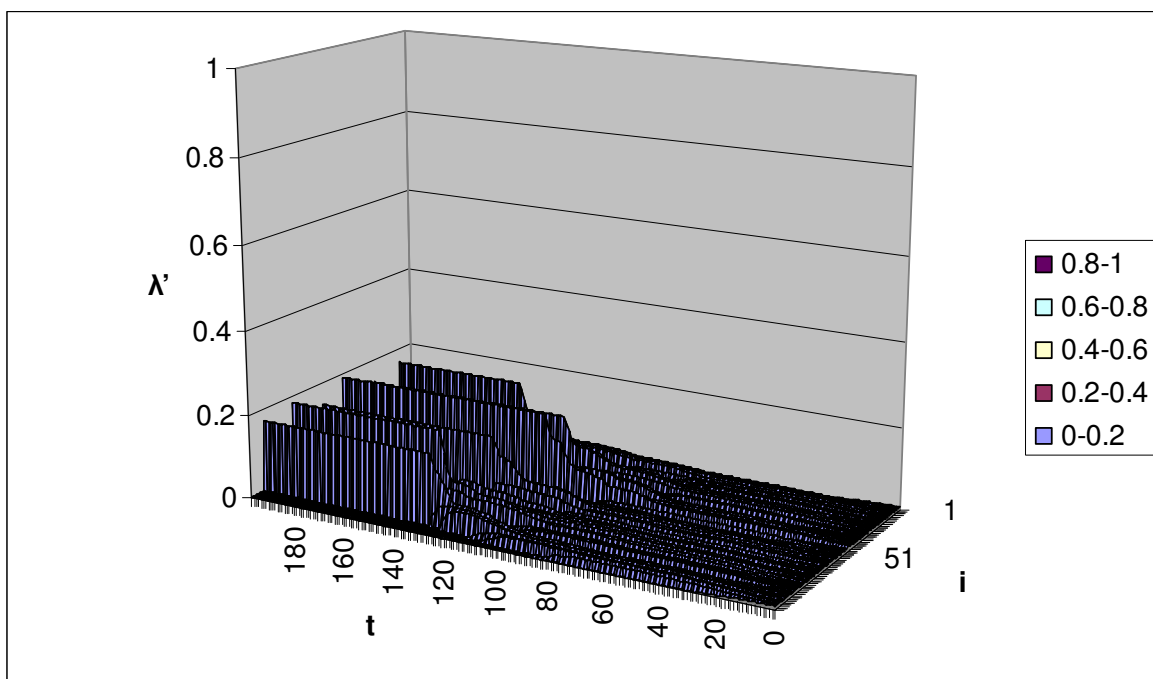
Ezek után korlátoznunk kell a rendelkezésre álló területek halmazát a  $v()$  függvényében, hogy a saját pozíciója körüli tartományt tartalmazza csak:

$$L(a, t) = [p(a, t) - v(a), p(a, t) + v(a)] - \text{Az } a \text{ ágens által megismerhető helyek } t\text{-ben}$$

Persze ennek megfelelően az általa ismert toleranciaszintet is módosítani kell, meg kell szorítani az ismer tartományra:  $\lambda^*|_{L(a, t)}$

Evvel a paraméterrel is teljesen más eredményeket kapunk a végállapotokat vizsgálva:

Eredmények  $L=100$ ,  $N=10\,000$  és  $\forall a \in A : v(a)=10$  esetén:



Az utóbbi eredményünk már nagyban hasonlít Krugman eredményére, igaz, két központi hely helyett ötöt találtunk.

Megállapíthatjuk tehát, hogy a lokális információk bevezetése finomította a modellt.

Eddig az alulról felfelé építkezéssel foglalkoztunk, vizsgáljuk most meg a heterogenitás, racionalitás, dinamizmus kérdéseit.

### Racionalitás:

Nézzük meg, számít-e valamit, ha a döntési szabályokat úgy módosítjuk, hogy minden ágens az általa ismert legjobb helyre vándorol.

Globális látással azt a nem túl meglepő eredményt kapjuk, hogy egy nagyváros alakul ki (mégpedig ott, ahol a legnagyobb volt a kezdeti véletlen eloszlásból származó populáció), lokális információkkal viszont ismét változik a végeredmény, több kisebb város is megjelenik.

[KÉP: L=100, N=10K, „globális látás”]

[KÉP: L=100, N=10K, v(a)=10]

### Heterogenitás:

A heterogenitás gyakran alapvetően változtatja meg a rendszer viselkedését. A mi ágenseink most igen egyszerűek, mégis *heterogén* az információ-elérésük (hiszen helyfüggő).

A lokalitás gyakran heterogenitást implikál, viszont további heterogenitást vezethetünk be, ha heterogénné tesszük az ágensek „információ-gazdagságát”

$$v(a) \in U[1, L/2]$$

Az eredményünk tovább változik, elszórta kisebb városok is kialakulnak.

**Dinamizmus:**

A rendszerbe új ágenseket véletlenszerűen betéve az eredmény nem túl érdekes, teljesen felborul a modell viselkedése. Annyit viszont megállapíthatunk belőle, hogy a populáció stabilitása fontos, érzékeny lehet rá a modell.

## Zip's Law

A most alkotott modellünk meglehetősen egyszerű, viszont a városok keletkezését már ez az egyszerűség is jól megfogja.

Komolyabb szintre emelve a témát: megfigyelhető a kialakult nagyvárosoknak egy perzisztens rangja, amely időben stabil, és jól illeszkedik az  $R^2 \sim 1$  eloszlásra. Ugyan ezt a rangot a szimulált városok kialakulásán figyelni nagyon hasonló eredményt kapunk (azok is ugyan ebbe az eloszlásba tartoznak, csak 0.5 paraméterrel).

[KÉP: log/log skála]

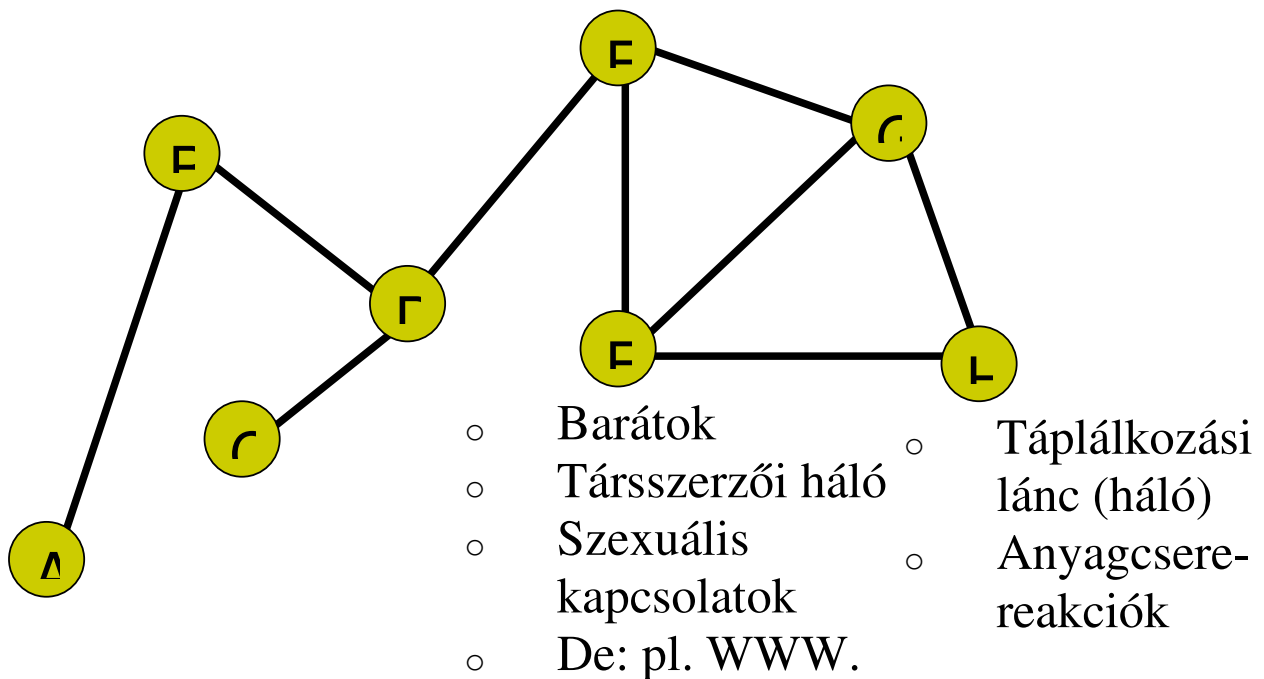


## Társadalmi hálózatok

Az interakciós topológia eddig többször is előkerült fogalom. A sejtautomatáknál a szomszédsági relációt, környezetet tekinthetjük annak (ami akár tetszőleges irregurális topológia is lehetett!), a legutóbbi városfejlődési modell esetén pedig az ágensek látótávolságát.

Ezeket a fogalmakat szeretnénk most statikusan általánosítani a gráfok segítségével. A hálózatoknak majd három fontos tulajdonságát vizsgáljuk meg, 1-1 kisebb példával illusztrálva. Sokmindent lehet modellezni hálózatokkal, ezeknek a modelleknek pedig meglepően sok közös tulajdonságuk van.

Társadalmi hálózatokat felállítani rengeteg minden alapján tudunk, szinte bármi alapján, amit vizsgálni szeretnénk. A gráf csúcspontjai lesznek az egyedek, és a csúcspontok között ívelő élek jelentik a reláció meglétét két egyed között, íme néhány példa:



## „Kisvilág” tulajdonság

A kisvilág tulajdonság azt követeli meg, hogy tetszőleges két kiválasztott egyed között található elég kicsi út (az átlagos távolság a hálózatban legyen kicsi).

[KÉP: kisvilág]

A való életben nem ismeretlen ez a tulajdonság: az Erdős-számok, a Kevin Bacon Game, Milgram kísérlete mind-mind ezeket látszanak alátámasztani.

## Milgram kísérlete:



1967-ben, az amerikai szociálpszichológus, Stanley Milgram kigondolt egy új módszert annak a teóriának a tesztelésére, melyet a "kicsi-világ elmélet" néven ismertek. Véletlenszerűen válogatott ki embereket Amerika közép-nyugati részén, hogy csomagokat küldjenek több ezer mérföldnyire, egy Massachusetts állambéli idegennek. A csomagküldők csak a címzett nevét, foglalkozását és azt tudták, hogy melyik városban él. Arra kérték őket, hogy a csomagot azon barátjukon keresztül küldjék tovább, akiről feltételezik, hogy az összes kapcsolatuk közül ő az, aki ismerheti a célszemélyt. Ennek a köztös személynek ugyanez volt a feladata, és ez így folytatódott mindaddig, míg a csomag meg nem érkezett.

Jóllehet a résztvevők azt hitték, hogy a küldeményt továbbító lánc legalább száz közvetítőt tartalmaz majd, átlagban, mindössze 5 - 7 személy elegendő volt ahhoz, hogy a csomagok eljussanak az eredeti címzetthez. Milgram közreadta tapasztalatait, mely az *elkülönülés hat szintje* néven vált ismertté.

Az elkülönülés hat szintje teória kimondja, hogy a világon minden ember elérhető bárki által egy olyan ismerősökből álló láncan keresztül, melynek nem több mint öt közbenső tagja (közvetítője) van. Érdekesség, hogy mindezt először 1929-ben, Karinthy Frigyes vetette fel a Láncszemek című novellájában.

## Erdős számok:



Erdős Pál a XX. század egyik legkiemelkedőbb matematikusa volt. Elsősorban számelmélettel foglalkozott, de a matematika szinte minden ágában alkotott. munkásságáért több külföldi tudományos akadémia választotta tiszteletbeli tagjává. 1500 cikke jelent meg, több mint 500 társszerzővel dolgozott, 15 egyetemnek volt a díszdoktora.

Az Erdős-szám definíció szerint nemnegatív egész szám, amely azt mutatja, hogy az adott tudós publikálást tekintve milyen messze van Erdős Páltól.

Erdős Pál Erdős-száma 0. Egy tudós Erdős-száma  $n$ , ha az általa írt cikkek társszerzői között a legkisebb Erdős-szám  $n-1$ .

A kisvilág tulajdonság abban nyilvánul meg, hogy a matematikusok átlagos Erdős-száma 5 körül lehet.

### Kevin Bacon Game:

Egy egyetemi campusok közötti játék az 1990-es évek elején arról szólt, hogy ki milyen hamar tud tetszőleges színészt minél hamarabb összekötni Kevin Bacon-nel, az együtt forgatott filmek alapján. A játékot Six Degrees of Kevin Bacon néven is emlegetik, az átlagos úthossz itt is 6 alatt lehet (angol szójáték az elkülönülés hat szintjére).

A kisvilág tulajdonság kicsit formálisabban azt jelenti, hogy egy  $N$  csúcsú gráf esetén a legrövidebb utak hossz arányos az  $N$  logaritmusával (100 csúcs esetén 2, 100 000 csúcs esetén 5, 1 000 000 csúcs esetén 6 lépéses utat találunk két tetszőleges csúcs között).

Egy olyan gráfot vizsgálva, ahol  $N$  csúcsra a gráfban minden él  $p$  valószínűséggel van behúzva (ún. Erdős-Rényi gráfok), belátható, hogy kisvilág tulajdonságú lesz, ha összefüggő. Szinte mindig összefüggő lesz, hiszen  $N$  növelésével exponenciálisan nőnek a kapcsolatszámok.

## Klaszterezettség

A klaszterezettség a csúcsok közti „tranzitivitásról” szól, hogy egy csúccsal kapcsolatban lévő másik csúcs nagy valószínűséggel kapcsolatban van annak szomszédaival is („a barátom barátja a barátom”).

A különböző típusú gráfok, különböző klaszterezettségi szinttel rendelkezhetnek, attól függően, hogy milyen reláció alapján húzunk be az éleket. Csináltak erre vonatkozó felméréseket, hogy milyen klaszterezettségi szint állítható fel az egyes kapcsolatok alapján:

Hálózat	Klaszterezettség
Filmszínészek	0.2
Cégigazgatók	0.59
Fizikus társszerzők	0.45
Matematikus társszerzők	0.15
Erdős-Rényi gráf	$p \sim 1/N$ (pl. 0.0001)

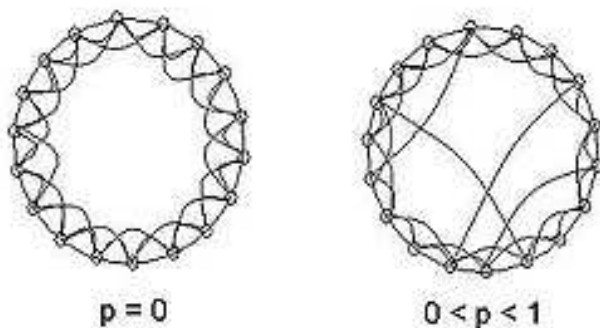
A  $C$  – Klaszterezettség (ahol  $C$  0 és 1 közötti szám) valós hálózatokra igen jellemző, míg például a véletlenszerű gráf esetén meglehetősen ritkák.

## Watts-Strogatz modell

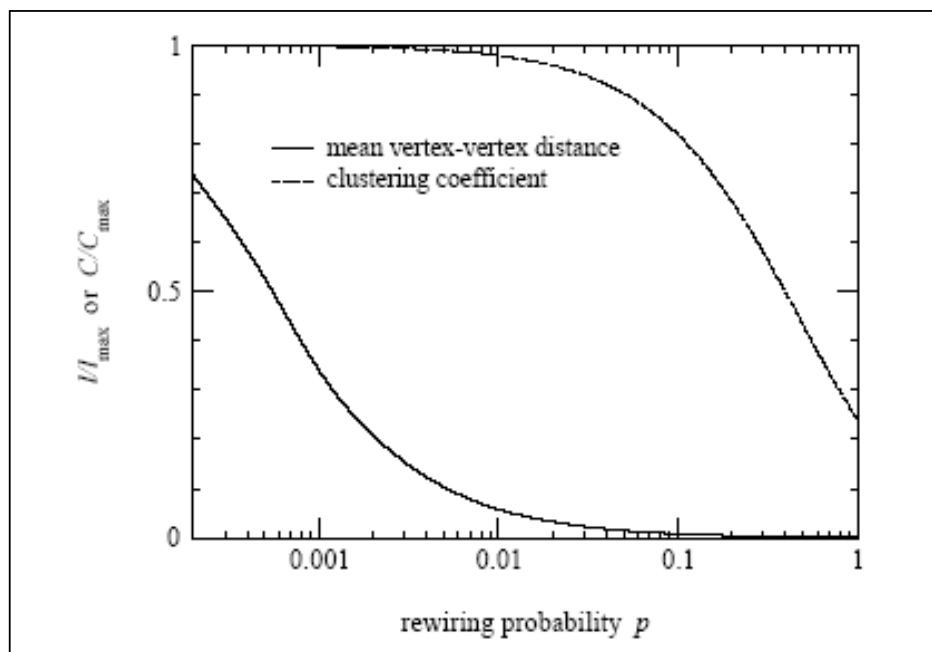
Ez is egy kisvilág modell, ahol teljes  $k$ -szomszédsági viszony áll fenn (minden egyes csúcs össze van kötve az összes  $k$  db bal és jobb szomszédjával).

Az így kialakult gráf jó, de nem erősen klaszterezett, ezért  $w$  valószínűséggel minden élt véletlenszerűen „átkötjük” valahova máshová, így már nagyon jó tulajdonságokkal fog rendelkezni a gráf.

Példa  $k = 2$  esetben:



Tulajdonsága a modellnek, hogy ahogy  $w$  értéke nő, az átlagos legrövidebb úthossz viszonylag hamar elkezd esni, azaz egyre rövidebb utakkal lehet eljutni egyik csúcsból a másikba, míg a klaszterezettség mértéke csak nagyon későn kezd csökkenni, meglehetősen stabilnak mondható.



Elérhető vele tehát egy olyan állapot, ahol egyszerre rendelkezik a kisvilág tulajdonsággal az erős klaszterezettség mellett.

## Power Law

A valós életben az egyenletesség a kapcsolatokban nem nagyon tehető fel, helyette a hatványfüggvény eloszlást szokták használni. Az internetre gondolva például könnyen érthető a dolog, ha tekintjük azt a kapcsolat-gráfot, ahol az élek jelentik az oldalak közötti átjárhatóságot. Lesz rengeteg kis oldal, amik kapcsolatban állnak egy-egy nagyobb gócponttal.

Fontos következményei vannak ennek a tulajdonságnak, például járvány-ügyi esetekben. Tegyük fel hogy kitör egy járvány, ám az ellenszérumnál van 0.005% esély, hogy valaki lebecsül. Nos, az ember ezt hajlamos elenyészőnek tekinteni, azonban véve egy nagyobb populációt (az USA-ban több, mint 300 millióan laknak!), ez már komoly veszélyt jelenthet. Jogosan merül fel hát a kérdés, hogy nem lenne-e elég a „központi figurákat” beoltani, mert általuk az egész populáció védett lehet.

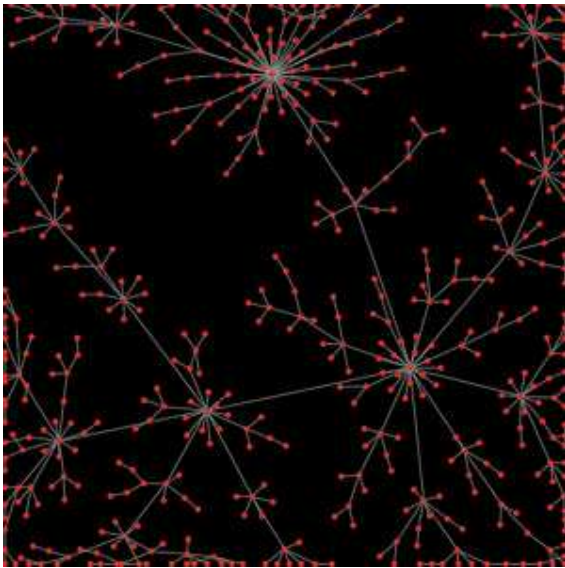
Természetesen ez a tulajdonság sem érvényes minden hálózatra.

[KÉP: fokszám eloszlások<sup>[legendi7]</sup>]

## A Barabási-Albert féle „Preferential Attachment” modell

A power law-t tökéletesen szemlélteti a következő modell. Legyen adott  $M$  darab csúcs, kezdetben tetszőleges éllel. Ezekután minden lépésben veszünk egyetlen új csúcsot, és behúzzuk hozzá  $E$  db új élt. Az éleket véletlenszerűen húzzuk be, ám súlyozva választunk az csúcsok élszámával:

$$p(n) = \frac{d(n)}{\sum_{i=1}^N d(i)}$$



A modell tulajdonságai:

- n Hatványfüggvény-eloszlás (skálamentes)
- n Triviálisan kisvilág,
- n De triviálisan *nem*-klaszterezett
- n Robosztussága és sérülékenysége
- n Gazdasági vonatkozásai is vannak „The rich get richer”

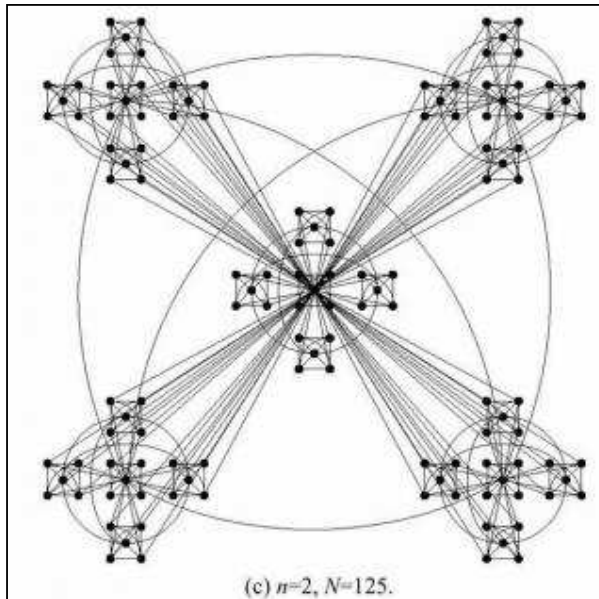
- n „Mert akinek van, annak adatik, és bővelkedik, akinek pedig nincs, attól az is elvételik, amije van.” (Máté 13:12)
- n Pareto-eloszlás, minél több pénze van valakinek, annál biztosabban be tudja fektetni

## Összefoglalás – Topológiák

Mint láttuk, az információs topológiák igen meghatározóak lehetnek a szimuláció szempontjából. Érdekes lehet tehát vizsgálni, hogy hogyan viselkedik a modell különböző tulajdonságú topológiákkal, melyik lehet a releváns, mi történik, ha a szimuláció során dinamikusan változik, stb.

Létezik olyan modell, amely mind a három tulajdonságot teljesíti, de ez túl szabályszerű, meglehetősen nehéz olyan valós jelenséget találni, ami leírható vele.

Pl. Barabási et al.



## A szimulációk módszertana

Ez a fejezet arról szól, hogy ha szimulációt készítünk, mire kell ügyelni, azaz hogy hogyan szimuláljunk jól.

A koncepcionális keretrendszer:

5., Az eredmény ( <i>Érdeklődésünk szintje, Level of Interest</i> )
4., A szabályokban felhasznált információ ( <i>Az információ szintje, Level of Information</i> )
3., A megvalósított szabályok ( <i>A dinamika szintje, Level of Dynamics</i> )
2., Az implementált egységek ( <i>Az implementáció szintje, Level of Implementation</i> )
1., A számításba vett egységek ( <i>A figyelembevétel szintje, Level of Consideration</i> )

Egy modell alkotása során ezeket a szinteket kell bejárni, alulról felfelé haladva. Természetesen ezek a szintek össze is mosódhatnak (pl. lokális és globális változók használatával a 2. és 3. szint), el is tűnhetnek, nem is biztos, hogy ugyan annak az embernek a hatáskörébe tartozik (nem biztos, hogy ugyan az az ember implementálja a modellt, aki szeretné kimérni).

Általában a 2. szintről indulunk, a számításba vett egységeken csak gondolkozunk, de nem implementáljuk őket.

A nem reprezentált (de figyelembe vett) elemeket véletlenítjük – ez az az eset, amikor nem tudunk, nem akarunk, vagy túl bonyolult lenne állást foglalni valamilyen kérdésben. Ezzel már többször éltünk, ilyen volt például az ágensek kezdeti pozíciója a városfejlődési modell kapcsán. A véletlenek ezért fontos szerepet játszanak a szimuláció menetét tekintve. Occam törvénye értelmében, hogy minél egyszerűbbek legyenek, általában egyenletes vagy Gauss eloszlásból származó véletlen számokkal dolgozunk. Gauss-eloszlást tipikusan abban az esetben szoktunk használni, ha van okunk feltételezni egy tipikus értéket.

Természetesen más eloszlásfüggvényt is használhatunk, ha tudjuk, hogy olyan tulajdonságokkal bír a jelenség, mint ahogyan azt tettük a Preferential Attachment modellnél (ott pont a hatványeloszlás volt az egyik alapvetés).

## Pszeudó-véletlenszám generátorok

A mai számítógépek determinisztikusak, nem lehet velük valódi véletlen számokat generálni. Természetesen apróbb trükkök léteznek, amikkel a rendszeren kívüli tényező függvényében dolgozik (pl. a CPU hőmérséklete, az óra ezredmásodperc része, stb.). Ezekkel ellenben több

probléma is felmerül.

Szimulációk futtatásánál tudományos kísérleteket végzünk, amiknél igen fontos szerephez jut a reprodukálhatóság kérdése (milyen tudományos eredménynek tekinthető egy olyan eredmény, amit nem lehet megismételni?). Másfelől elveszítjük vele együtt a szimuláció kontrollhatóságát is – tudnunk kell, hogy a megfigyelt jelenségek milyen konkrét feltételek (konkrétan milyen véletlen számsorozat) mellett állnak elő.

A matematika egy külön ága foglalkozik olyan sorozatok tanulmányozásával, amelyek összességükben egy adott eloszlásba tartoznak. Ezeket a függvényeket nevezik **pszeudó-véletlenszám generátoroknak** (PRNG). Minden ilyen sorozatoknak van egy **magja** (seed), amely meghatározza a sorozatot, ez leggyakrabban egyetlen szám. A generátorok alapvető tulajdonsága, hogy ugyan ahhoz a seed értékhez ugyan azt a sorozatot generálja.

Ha egy szimuláció futása kifejezetten hosszú is lehet, akkor mindenképp érdemes ellenőrizni a **ciklikusság** problémáját is. A véletlenszám-generátorok ugyanis periódikus sorozatok, igaz, a periódusok több tízmilliós nagyságrendű. Azonban mégis adódhatnak helyzetek, ahol ez problémát jelenthet, és figyelniük kell, nehogy a modell viselkedése ciklikus feltételektől függjön.

A sorozatokra jellemző, hogy mivel a teljes sorozat esik egy adott eloszlásba, ezért komoly módszertani hibákhoz vezethet, ha részsorozatokra szedjük (például ugyan azt a véletlen generátort használjuk több változó generálásához a szimuláció során). *Független változókhoz ezért mindig egymástól független véletlenszám-generátorokat használjunk!*

Egy újabb érv lehet a standardizált eszközök használata mellett, hogy ezeket már rengeteg jól ismert generátor implementációjával szállítják. Ezek elmélete meglehetősen komoly matematikai ismereteket feltételez, így rengeteg munkát levehetnek a kísérletező válláról. Évtizedekig a számítógépi szimulációk tananyagának 90%-át ezekkel az elméletekkel való ismerkedés emésztette fel.

Mivel meghatározott seed-del dolgozunk, felvetődik a kérdés, hogy hogy is lesz ebből véletlen, ha tudjuk, milyen sorozatot generálunk le? A válasz igen egyszerű: sehogy. Vizsgálódásunk során csak arra vagyunk kíváncsiak, hogy hogyan viselkedik a modell egy adott eloszlásból származó mintára.

**A kísérleteket tömegesen kell elvégezni** egy modell kiértékelése során (ki is venne komolyan egy olyan „tudományos eredményt”, amelyet mindössze egyetlen kísérlet támaszt alá?). Ebből adódik, hogy minden generátort több seed-del kell kipróbálni. Ha több változó is van, akkor mindegyiket külön-külön is meg kell vizsgálni, így könnyen látható, hogy a futtatási számok exponenciálisan nőnek.

A rengeteg kísérlet eredményeképp hatalmas mennyiségű numerikus adatot kaphatunk, ezeket valahogy reprezentálni kell, lehetőleg minél emészthetőbb formában. Ebben segít a statisztika: **meg kell keresni a** szimuláció során előjött **szabályosságokat** (az egyes értékek minimumát, maximumát, átlagát, stb.).

Már itt is kitűnhet, hogy a szemléltetés mennyire eltér az eredmények közlésétől: a szemléltetés alatt egyetlen futást vizsgálunk, és a szimuláció menetét követjük figyelemmel. Az eredmények közlésénél pedig az elvégzett összes kísérlet jellemző értékeit tüntetjük fel különböző reprezentációkban.



Fontos szerephez jut a kiértékelés során az **érzékenység-analízis** is. Ilyenkor azt vizsgáljuk, hogy az egyes paraméterek értékeitől mennyire függ a szimuláció végeredménye. Ez azért fontos, mert figyelni kell az olyan eredményekre, amelyek csak szűk paramétertartományon belül igazak. Bár néha ezek is fontosak lehetnek, elsősorban a tág toleranciaszinttel rendelkező eredményeket érdemes megfigyelni.

Ilyen lehet például vizsgált világ mérete. A sejtautomatáknál elviekben végtelen térben gondolkozunk, de érdemes lehet ezt ugyan úgy megvizsgálni minden esetben, ahol a tényleges világ mérete lényegesen eltér a modell méretétől.

Például a Watts-Strogatz hálókat vizsgálva:

- n 7-féle méretet,
- n 11-féle  $p_{Rew}$  értéket,
- n minden  $p_{Rew}$ -hez 10 féle hálópéldányt, valamint
- n minden hálópéldányhoz 10 féle kezdő konfigurációt vizsgálva

összesen  $7 \times 11 \times 10 \times 10 = 7700$  futást kell szemléltetnünk (!).

#### **A modell és az obszerverek szétválasztása:**

Maga a modell a vizsgált rendszer számítógépes reprezentációja. A hozzá tartozó felhasználói felületnek egyedül a paraméterbeállításokat, és szorosan a modellhez tartozó beállításokat kell tartalmaznia. A vizualizációt ettől szorosan el kell választani (szeretjük, ha egy modell ugyanúgy viselkedik, akár hogy is vizsgáljuk).

Általában két fő obszervert szoktak a szimulációk felé helyezni: az egyik a grafikus megjelenítés, amely a szemléltetéshez kiváló, a másik pedig a „batch” megfigyelő, amely képes a szimuláció köteget végrehajtására, és az eredmények közlésére, például egy logfileba mentéssel (vö. szemléltetés kontra eredményközlés).

A külválasztásra jónéhány módszer létezik.

- A legegyszerűbb az a módszer, amikor egy file-ba írunk minden, a modellben beállt változást, amit aztán egy tetszőleges külső programmal felhasználhatunk (pl. statisztikai programsomagok, scriptek).
- Egy kiforrottabb módszer az objektum-orientált elvek alapján létrehozott megoldás. Itt a modell egy objektum(család), amiből aztán származtatás segítségével készíthetük különböző, egymástól független obszervereket. Ezzel a módszerrel kényelmesen hozzáférhetünk a modell minden változójához, anélkül, hogy megváltoztatnánk az eredeti modellt. Hátránya a módszernek, hogy ha ugyanazokat a méréseket szeretnénk elvégezni több obszerveren is, akkor azokat a méréseket külön-külön kell elvégeznünk.
- A harmadik kialakult módszert az egyes integrált keretrendszerek nyújtják. Ezekben maga a modell szigorúan elkülönül az obszerverektől.

## **A szimulációk időfogalma**

Fontos megkülönböztetni a szimulációkat aszerint, hogy hogyan kezelik az időfogalmat:

- Folytonos idejű rendszerek  
A rendszer állapotát (a változók értékét) tetszőleges időpillanatban (pl.  $t=0.00023$ ) pontosan

meg tudom mondani. Ilyenek mind a rendszerdinamikai modellezéssel készült szimulációk, pl. a Lotka-Volterra modell

- Diszkrét idejű rendszerek

A rendszer állapotát (a változók értékét) szabályos (diszkrét) időpillanatokban tudom megmondani. A szabályok ütemezését itt *rákövetkezőkkel* tudjuk megmondani (A után B jön, ...).

- Diszkrét, eseményvezérelt rendszerek

A rendszer állapotát (a változók értékét) *kitüntetett* (diszkrét) időpillanatokban tudom megmondani. A szabályok *feltételeket* mondanak meg (ha A, akkor B lesz). Az egyes események újakat generálnak, két esemény között változatlanságot feltételezünk. Sok ágens-alapú szimuláció ezt a módszert használja. Általában egy ütemező használja egy táblázat alapján, ahol minden esemény be van ütemezve.



## Hivatkozások

- [1] *Garrett Hardin: The Tragedy of the Commons*
- [2] C. M. Evans and G. L. Findley, Analytic solutions to the Lotka-Volterra model for sustained chemical oscillations, *Recent Research Developments in Chemical Physics* 1, 1-32 (2000).  
[http://chem.qc.cuny.edu/~cevans/papers/LV\\_review\\_preprt.pdf](http://chem.qc.cuny.edu/~cevans/papers/LV_review_preprt.pdf)
- [3] From Wikipedia, the free encyclopedia: Lotka-Volterra equation  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Lotka-Volterra\\_equation](http://en.wikipedia.org/wiki/Lotka-Volterra_equation)